

Le destin tragique d'Évariste Galois

- D'un duel au pistolet à l'imagerie médicale -

[Complément à la capsule de Radio-Canada](#)

par Stéphane Durand

Voici quelques informations précisant le contenu de la capsule audio sur Évariste Galois. La théorie mathématique des symétries s'appelle la "théorie des groupes" (puisqu'on parle de groupes de symétries). Elle a été développée pour la première fois par Galois pour des symétries discrètes (i.e. discontinues), puis étendue par Lie pour des symétries continues.¹ Ces sont justement les symétries continues (et donc ce qu'on appelle les groupes de Lie) qui jouent un rôle fondamental en physique. Et ce, à plusieurs niveaux. En voici deux:

1) Chacune des forces fondamentales de la nature (à part la gravité) est décrite par une symétrie particulière. Lorsqu'on veut unifier des forces, il faut trouver une symétrie plus générale qui englobe les symétries particulières de chacune des forces qu'on veut unifier.

2) Le spin des particules apparaît comme une conséquence du groupe de symétries des rotations. Cela est un résultat hautement abstrait, mais très puissant, de la théorie des groupes.²

Ce résultat est très contre-intuitif, comme mentionné dans la capsule audio, car contrairement aux rotations des objets ordinaires qui redonnent l'état de départ après un tour complet de l'objet sur lui-même, eh bien dans le cas du spin des particules, il faut 2 tours pour revenir à l'état de départ! Après un seul tour, l'état n'est pas le même! Ce résultat va totalement contre notre intuition usuelle, pourtant il est parfaitement vérifié en laboratoire.³

¹ Par exemple, un carré possède une symétrie discrète (discontinue) car il faut le tourner par saut de 90 degrés pour qu'il reste inchangé; tandis qu'un disque possède une symétrie continue car on peut le tourner de n'importe quel angle (i.e. de façon continue) sans qu'il ne change d'apparence.

² Très techniquement: lorsqu'on analyse algébriquement les valeurs propres permises pour des opérateurs satisfaisant aux relations de commutations des rotations, on découvre que des valeurs de spin demi-entières sont permises en plus des valeurs entières attendues.

³ Très techniquement: on dit quelquefois que le spin est une conséquence de la relativité, parce que l'équation de Dirac, qui est la généralisation relativiste de l'équation de Schrödinger, le fait apparaître naturellement. C'est vrai, mais le groupe de la relativité, appelé groupe de Lorentz, est justement relié aux groupes de rotations! (Encore plus techniquement: le groupe de Lorentz est essentiellement un double groupe de rotation, i.e. $SU(2) \times SU(2)$.)